

## Chuyên đề. NGUYÊN HÀM



## I LÝ THUYẾT.

## I. ĐỊNH NGHĨA – CÁC TÍNH CHẤT CƠ BẢN:

## 1. Định nghĩa:

Cho hàm số  $f$  xác định trên  $D$ . Hàm số  $F$  được gọi là **nguyên hàm** của  $f$  trên  $D$  nếu  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x$  thuộc  $D$ .

2. Định lý: Giả sử hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $D$ . Khi đó:

- Với mỗi hằng số  $C$ , hàm số  $G(x) = F(x) + C$  cũng là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $D$ .
- Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $D$  thì mọi nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $D$  đều có dạng  $F(x) + C$ , với  $C$  là một hằng số

☛ Kí hiệu:  $\int f(x)dx = F(x) + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$  là họ các nguyên hàm (tập hợp các nguyên hàm) của hàm số  $f(x)$  trên  $D$ .

## 3. Các tính chất

- $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$  và  $\int f'(x)dx = f(x) + C$
- $\int k.f(x)dx = k.\int f(x)dx$ ,  $k$  là hằng số khác 0
- $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

4. Sự tồn tại nguyên hàm: Mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $K$  đều có nguyên hàm trên  $K$ .

## 5. Nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

Nguyên hàm	Nguyên hàm của hàm số hợp $u = u(x)$ ( $du = u'(x).dx$ )
① $\int 0.dx = C$	

② $\int dx = \int 1 \cdot dx = x + C$	⊛ $\int du = u + C$
③ $\int x^\alpha \cdot dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$	⊛ $\int u^\alpha \cdot du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$
④ $\int \frac{dx}{x} = \ln  x  + C$	⊛ $\int \frac{du}{u} = \ln  u  + C$
⑤ $\int e^x dx = e^x + C$	⊛ $\int e^u du = e^u + C$
⑥ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	⊛ $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$
⑦ $\int \sin x \cdot dx = -\cos x + C$	⊛ $\int \sin u \cdot du = -\cos u + C$
⑧ $\int \cos x \cdot dx = \sin x + C$	⊛ $\int \cos u \cdot du = \sin u + C$
⑨ $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	⊛ $\int \frac{du}{\cos^2 u} = \tan u + C$
⑩ $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	⊛ $\int \frac{du}{\sin^2 u} = -\cot u + C$

**Minh họa:**

**Tìm họ nguyên hàm của hàm  $f(x)$  với  $f(x)$  là đa thức, phân thức, lượng giác, mũ.**

**Câu 1**

**[Mức độ 1]** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 5x - \frac{5}{4}$ .

**Lời giải**

**Tác giả:** Lê Thị Bích Hải; **Fb:** Bích Hai Lê

$$\int f(x) dx = \int \left( \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 5x - \frac{5}{4} \right) dx = \frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - \frac{5}{4}x + C.$$

**Câu 2**

**[Mức độ 1]** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x+1)(x+2)$ .

**Lời giải**

$$\int f(x) dx = \int (x+1)(x+2) dx = \int (x^2 + 3x + 2) dx = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C.$$

**Tác giả:** Lê Thị Bích Hải; **Fb:** Bích Hai Lê

**Câu 3**

**[Mức độ 1]** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x+7}{x}$ .

**Lời giải**

*Tác giả: Lê Thị Bích Hải; Fb: Bích Hai Le*

$$\int f(x) dx = \int \frac{2x+7}{x} dx = \int \left( 2 + \frac{7}{x} \right) dx = 2x + 7 \ln|x| + C.$$

**Câu 4**

**[Mức độ 1]** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}x^2$  biết  $F(-1) = 1$ .

**Lời giải**

*Tác giả: Nguyễn Nga; Fb: Thuy Nga*

Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}x^2$  có dạng  $F(x) = \frac{3x^2}{4} - \frac{x^3}{2} + C$ .

$$\text{Do } F(-1) = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{4}(-1)^2 - \frac{1}{2}(-1)^3 + C = 1 \Leftrightarrow C = -\frac{1}{4}.$$

$$\text{Nên } F(x) = \frac{3x^2}{4} - \frac{x^3}{2} - \frac{1}{4}.$$

**Câu 5**

**[Mức độ 2]** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$  thỏa mãn  $F(2) = 3$ . Tìm  $F(x)$ .

**Lời giải**

*Tác giả: Nguyễn Nga; Fb: Thuy Nga*

$$\text{Ta có } \int \frac{2x+1}{2x-3} dx = \int \left( 1 + \frac{4}{2x-3} \right) dx = x + 2 \ln|2x-3| + C. \text{ Tức } F(x) = x + 2 \ln|2x-3| + C.$$

$$\text{Do } F(2) = 3 \Leftrightarrow 2 + 2 \ln|1| + C = 3 \Leftrightarrow C = 1.$$

$$\text{Nên } F(x) = x + 2 \ln|2x-3| + 1.$$

**Câu 6**

**[Mức độ 2]** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 6x + \sin 3x$ , biết  $F(0) = \frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

**Tác giả: Nguyễn Nga; Fb: Thuy Nga**

Ta có:  $\int (6x + \sin 3x) dx = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + C$ . Tức  $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + C$ .

Do  $F(0) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{3} \cdot 1 + C = \frac{2}{3} \Leftrightarrow C = 1$ .

Nên  $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1$ .

## II. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM NGUYÊN HÀM.

### 1. Phương pháp đổi biến:

#### a. Cơ sở lý thuyết:

Nếu đặt  $t = u(x)$  thì ta được  $\int f(u(x))u'(x) \cdot dx = \int f(u(x)) \cdot du(x) = \int f(t) \cdot dt$ .

#### b. Minh họa:

##### Câu 1

[Mức độ 2] Tìm  $I = \int x(x^2 - 3)^{15} dx$ .

#### Lời giải

Đặt  $t = x^2 - 3 \Rightarrow dt = 2x dx$

$$I = \int \frac{1}{2} t^{15} dt = \frac{1}{32} t^{16} + C = \frac{1}{32} (x^2 - 3)^{16} + C$$

##### Câu 2

[Mức độ 2] Tìm  $I = \int (x-1)\sqrt{x^2 - 2x + 3} dx$ .

#### Lời giải

Đặt:  $t = \sqrt{x^2 - 2x + 3} \Rightarrow t^2 = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow t dt = (x-1) dx$ .

Ta được:  $\int (x-1)\sqrt{x^2 - 2x + 3} dx = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{(x^2 - 2x + 3)\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{3} + C$

##### Câu 3

[Mức độ 2] Tìm  $J = \int e^{2x} \cdot \sqrt{e^x + 1} dx$ .

#### Lời giải

Đặt:  $t = \sqrt{e^x + 1} \Rightarrow t^2 = e^x + 1 \Rightarrow \begin{cases} 2t dt = e^x dx \\ e^x = t^2 - 1 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{Ta được: } \int e^{2x} \cdot \sqrt{e^x + 1} \, dx &= \int e^x \cdot \sqrt{e^x + 1} \cdot e^x dx = \int (t^2 - 1) \cdot t \cdot 2t dt \\ &= 2 \int (t^4 - t^2) dt = 2 \left( \frac{t^5}{5} - \frac{t^3}{3} \right) + C \\ &= 2 \left( \frac{(e^x + 1)^2 \sqrt{e^x + 1}}{5} - \frac{(e^x + 1) \sqrt{e^x + 1}}{3} \right) + C \end{aligned}$$

#### Câu 4

**[Mức độ 2]** Tìm  $K = \int \cos 2x \sqrt{3 - \sin 2x} \, dx$ .

#### Lời giải

Đặt:  $t = \sqrt{3 - \sin 2x} \Rightarrow t^2 = 3 - \sin 2x \Rightarrow \cos 2x \, dx = -t \, dt$

Ta được:  $\int \cos 2x \sqrt{3 - \sin 2x} \, dx = -\int t^2 \, dt = -\frac{t^3}{3} + C = -\frac{(3 - \sin 2x) \sqrt{3 - \sin 2x}}{3} + C$ .

#### Câu 5

**[Mức độ 2]** Tìm  $I = \int x e^{x^2} \, dx$ .

#### Lời giải

Đặt:  $t = x^2 \Rightarrow x \, dx = \frac{1}{2} dt$

Ta được:  $\int x e^{x^2} \, dx = \frac{1}{2} \int e^t \, dt = \frac{1}{2} e^t + C = \frac{1}{2} e^{x^2} + C$ .

#### Câu 6

**[Mức độ 3]** Tìm  $I = \int \frac{\ln^2 x - 2 \ln x + 3}{x \ln^2 x} \, dx$ .

#### Lời giải

Đặt:  $t = \ln x \Rightarrow \frac{1}{x} dx = dt$

Ta được:  $\int \frac{\ln^2 x - 2 \ln x + 3}{x \ln^2 x} \, dx = \int \frac{t^2 - 2t + 3}{t^2} \, dt = \int \left( 1 - \frac{2}{t} + \frac{3}{t^2} \right) dt = t - 2 \ln |t| - \frac{3}{t} + C$   
 $= \ln x - 2 \ln |\ln x| - \frac{3}{\ln x} + C$ .

## 2. Phương pháp từng phần

**a. Cơ sở lý thuyết:**  $\int u(x) \cdot v'(x) \, dx = u(x) \cdot v(x) - \int u'(x) \cdot v(x) \, dx$

(Viết gọn là  $\int u dv = uv - \int v du$ ).

Để tìm  $I = \int f(x).dx$  ta tiến hành theo các bước sau:

**Bước 1:** Biến đổi tích phân ban đầu về dạng:  $I = \int f(x).dx = \int u(x).v'(x).dx$

**Bước 2:** Đặt:  $\begin{cases} u = u(x) \\ dv = v'(x).dx \end{cases}$  chọn  $\begin{cases} du \\ v \end{cases}$ .

**Bước 3:**  $I = uv - \int v du$ .

\* **Lưu ý:** Khi lựa chọn hàm đặt  $u$  ta ưu tiên theo thứ tự “LOGARIT – ĐA THỨC – LƯỢNG GIÁC, MŨ”

**b. Minh họa:**

### Câu 1

**[Mức độ 2]** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = x.e^{2x}$ .

**Lời giải**

Ta có  $F(x) = \int x.e^{2x} dx$ .

Đặt  $\begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} \end{cases}$ , ta tính được  $du = dx$  và chọn  $v = \frac{1}{2}e^{2x}$ .

Khi đó  $F(x) = \int x.e^{2x} dx = \frac{x}{2}e^{2x} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx = \frac{x}{2}e^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + C = \frac{1}{2}e^{2x} \left( x - \frac{1}{2} \right) + C$ .

Vậy  $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} \left( x - \frac{1}{2} \right) + C$ .

### Câu 2

**[Mức độ 2]** Tìm  $\int x \sin 2x dx$ .

**Lời giải**

Đặt  $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin 2x dx \end{cases}$ , ta tính được  $du = dx$  và chọn  $v = -\frac{1}{2} \cos 2x$ .

Khi đó  $\int x \sin 2x dx = -\frac{1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{2} \int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

### Câu 3

**[Mức độ 2]** Tìm tập nguyên hàm của  $f(x) = x \ln x$ .

**Lời giải**

Đặt  $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases}$ , ta tính được  $du = \frac{1}{x} dx$  và chọn  $v = \frac{1}{2} x^2$ .

Khi đó  $\int x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \int \frac{1}{2} x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$ .

**Câu 4****[Mức độ 2]** Tìm  $\int \ln x . dx$ .**Lời giải**

Đặt  $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases}$ , ta tính được  $du = \frac{1}{x} dx$  và chọn  $v = x$ .

Khi đó  $\int \ln x . dx = x \ln x - \int \frac{1}{x} . x . dx = x \ln x - x + C$ .

**Câu 5****[Mức độ 3]** Tìm  $I = \int e^x \sin x . dx$ .**Lời giải**

Đặt  $\begin{cases} u = e^x \\ dv = \sin x dx \end{cases}$ , ta tính được  $du = e^x . dx$  và chọn  $v = -\cos x$ .

Khi đó  $I = -e^x \cos x + \int e^x \cos x . dx = -e^x \cos x + J$  (1)

Đặt  $\begin{cases} u_1 = e^x \\ dv_1 = \cos x dx \end{cases}$ , ta tính được  $du_1 = e^x . dx$  và chọn  $v_1 = \sin x$ .

Khi đó  $J = e^x \sin x + C_1 - \int e^x \sin x . dx = e^x \sin x + C_1 - I$  (2)

Từ (1) và (2) ta có  $I = -e^x \cos x + (e^x \sin x + C_1 - I)$ .

$\Rightarrow 2I = -e^x \cos x + e^x \sin x + C_1 \Rightarrow I = -\frac{1}{2} e^x \cos x + \frac{1}{2} e^x \sin x + C$  (với  $C = \frac{1}{2} C_1$ ).

**BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ****Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^4 + x^2$  là

- A.  $\frac{1}{5} x^5 + \frac{1}{3} x^3 + C$       B.  $x^4 + x^2 + C$       C.  $x^5 + x^3 + C$ .      D.  $4x^3 + 2x + C$

**Câu 2.** Họ tất cả nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 4$  là

- A.  $x^2 + C$ .      B.  $2x^2 + C$ .      C.  $2x^2 + 4x + C$ .      D.  $x^2 + 4x + C$ .

**Câu 3.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 6$  là

- A.  $x^2 + C$ .      B.  $x^2 + 6x + C$ .      C.  $2x^2 + C$ .      D.  $2x^2 + 6x + C$ .

**Câu 4.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2 \sin x$ .

- A.  $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$       B.  $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$   
 C.  $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$       D.  $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

**Câu 5.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + x$  là

- A.  $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$       B.  $3x^2 + 1 + C$       C.  $x^3 + x + C$       D.  $x^4 + x^2 + C$

**Câu 6.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 3$  là

- A.  $x^2 + 3x + C$ .      B.  $2x^2 + 3x + C$ .      C.  $x^2 + C$ .      D.  $2x^2 + C$ .

**Câu 7.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{2x-1}$ .

- A.  $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$ .      B.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$ .  
 C.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$ .      D.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$ .

**Câu 8.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$ .

- A.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$ .      B.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$ .  
 C.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$ .      D.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$ .

**Câu 9.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{5x-2}$ .

- A.  $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$       B.  $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$   
 C.  $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln|5x-2| + C$       D.  $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C$

**Câu 10.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 3x$

- A.  $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$       B.  $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$   
 C.  $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$       D.  $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$

**Câu 11.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + x^2$  là

- A.  $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$       B.  $3x^2 + 2x + C$       C.  $x^3 + x^2 + C$       D.  $x^4 + x^3 + C$

**Câu 12.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + x$  là

- A.  $e^x + 1 + C$       B.  $e^x + x^2 + C$       C.  $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$       D.  $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$

**Câu 13.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 5$  là

- A.  $x^2 + C$ .      B.  $x^2 + 5x + C$ .      C.  $2x^2 + 5x + C$ .      D.  $2x^2 + C$ .

**Câu 14.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 7^x$ .

- A.  $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$       B.  $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$   
 C.  $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$       D.  $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

**Câu 15.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 2x$ .

- A.  $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$       B.  $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$   
 C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$       D.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$

**Câu 16.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^4 + x$  là



A.  $4x^3 + 1 + C$

B.  $x^5 + x^2 + C$

C.  $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$

D.  $x^4 + x + C$

**Câu 17.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin x + \cos x$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ .

A.  $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$

B.  $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$

C.  $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$

D.  $F(x) = \cos x - \sin x + 3$

**Câu 18.)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3x-2}{(x-2)^2}$  trên khoảng  $(2; +\infty)$  là

A.  $3\ln(x-2) + \frac{2}{x-2} + C$

B.  $3\ln(x-2) - \frac{2}{x-2} + C$

C.  $3\ln(x-2) - \frac{4}{x-2} + C$

D.  $3\ln(x-2) + \frac{4}{x-2} + C$

**Câu 19.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x+1}{(x+2)^2}$  trên khoảng  $(-2; +\infty)$  là

A.  $2\ln(x+2) + \frac{3}{x+2} + C$

B.  $2\ln(x+2) + \frac{1}{x+2} + C$

C.  $2\ln(x+2) - \frac{1}{x+2} + C$

D.  $2\ln(x+2) - \frac{3}{x+2} + C$

**Câu 20.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$  trên khoảng  $(-1; +\infty)$  là

A.  $2\ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C$

B.  $2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$

C.  $2\ln(x+1) - \frac{2}{x+1} + C$

D.  $2\ln(x+1) - \frac{3}{x+1} + C$

**Câu 21.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  thỏa mãn  $F(0) = \frac{3}{2}$ . Tìm  $F(x)$ .

A.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$

B.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$

C.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$

D.  $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$

**Câu 22.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3x-1}{(x-1)^2}$  trên khoảng  $(1; +\infty)$  là

A.  $3\ln(x-1) - \frac{1}{x-1} + c$

B.  $3\ln(x-1) + \frac{2}{x-1} + c$

C.  $3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + c$

D.  $3\ln(x-1) + \frac{1}{x-1} + c$

**Câu 23.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 1$  là

A.  $x^3 + C$

B.  $\frac{x^3}{3} + x + C$

C.  $6x + C$

D.  $x^3 + x + C$

**Câu 24.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 3 - 5\sin x$  và  $f(0) = 10$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A.  $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$

B.  $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$

C.  $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$

D.  $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$

**Câu 25.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x(1 + \ln x)$  là

A.  $2x^2 \ln x + 3x^2$

B.  $2x^2 \ln x + x^2$

C.  $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$ .

D.  $2x^2 \ln x + x^2 + C$ .

**Câu 26.** Cho  $F(x) = \frac{1}{2x^2}$  là một nguyên hàm của hàm số  $\frac{f(x)}{x}$ . Tìm nguyên hàm của hàm số  $f'(x) \ln x$ .

A.  $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C$

B.  $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C$

C.  $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$

D.  $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C$

**Câu 27.** Cho  $F(x) = -\frac{1}{3x^3}$  là một nguyên hàm của hàm số  $\frac{f(x)}{x}$ . Tìm nguyên hàm của hàm số  $f'(x) \ln x$

A.  $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{5x^5} + C$

B.  $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} - \frac{1}{5x^5} + C$

C.  $\int f'(x) \ln x dx = -\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$

D.  $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$

**Câu 28.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ ,  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = 2$ . Giá trị của biểu thức  $f(-1) + f(3)$  bằng

A.  $2 + \ln 15$

B.  $3 + \ln 15$

C.  $\ln 15$

D.  $4 + \ln 15$

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = -\frac{1}{25}$  và  $f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng

A.  $-\frac{391}{400}$

B.  $-\frac{1}{40}$

C.  $-\frac{41}{400}$

D.  $-\frac{1}{10}$

**Câu 30.** Cho  $F(x) = x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) \cdot e^{2x}$ . Tìm nguyên hàm của hàm số  $f'(x) \cdot e^{2x}$ .

A.  $\int f'(x) \cdot e^{2x} dx = -x^2 + x + C$

B.  $\int f'(x) \cdot e^{2x} dx = -x^2 + 2x + C$

C.  $\int f'(x) \cdot e^{2x} dx = 2x^2 - 2x + C$

D.  $\int f'(x) \cdot e^{2x} dx = -2x^2 + 2x + C$

**Câu 31.** Cho  $F(x) = (x-1)e^x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)e^{2x}$ . Tìm nguyên hàm của hàm số  $f'(x)e^{2x}$ .

A.  $\int f'(x) e^{2x} dx = (4-2x)e^x + C$

B.  $\int f'(x) e^{2x} dx = (x-2)e^x + C$

C.  $\int f'(x) e^{2x} dx = \frac{2-x}{2} e^x + C$

D.  $\int f'(x) e^{2x} dx = (2-x)e^x + C$

**Câu 32.** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 5x \cos x$  là

A.  $\cos 6x$ .

B.  $\sin 6x$ .

C.  $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{6} \sin 6x + \frac{1}{4} \sin 4x \right)$ .

D.  $-\frac{1}{2} \left( \frac{\sin 6x}{6} + \frac{\sin 4x}{4} \right)$ .

**Câu 33.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2 \sin 3x \cos 2x$  là

A.  $-\frac{1}{5} \cos 5x - \cos x + C$ .

B.  $\frac{1}{5} \cos 5x + \cos x + C$ .

C.  $5 \cos 5x + \cos x + C$ .

D. Kết quả khác.

**Câu 34.** Hàm số  $F(x) = e^x + \tan x + C$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nào?

A.  $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$ .

B.  $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$ .

C.  $f(x) = e^x - \frac{1}{\cos^2 x}$ .

D.  $f(x) = e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$ .

**Câu 35.** Nguyên hàm của hàm số  $y = \cos^2 \frac{x}{2}$  là

A.  $\frac{1}{2}(x + \sin x) + C$ .

B.  $\frac{1}{2}(1 + \cos x) + C$ .

C.  $\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C$ .

D.  $\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + C$ .

**Câu 36.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x} - e^x$  là

- A.  $\frac{1}{2}e^{2x} - e^x + C$ .      B.  $2e^{2x} - e^x + C$ .      C.  $e^x(e^x - x) + C$ .      D.  $\frac{1}{2}e^{2x} + e^x + C$ .

**Câu 37.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của  $f(x) = e^{3x+3}$ ?

- A.  $e^{3x+3}$ .      B.  $3e^{3x+3}$ .      C.  $\frac{1}{3}e^{3x+3}$ .      D.  $-3e^{3x+3}$ .

**Câu 38.** Nguyên hàm của hàm số:  $J = \int (2^x + 3^x) dx$  là

- A.  $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$ .      B.  $\frac{-2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$ .      C.  $\frac{2^x}{\ln 2} - \frac{3^x}{\ln 3} + C$ .      D.  $2^x + 3^x + C$ .

**Câu 39.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của  $f(x) = e^x + \cos x$ ?

- A.  $e^x + \sin x$ .      B.  $e^x - \sin x$ .      C.  $-e^x + \sin x$ .      D.  $-e^x - \sin x$ .

**Câu 40.** Nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{e^x}{2^x}$  là

- A.  $\frac{e^x}{2^x \ln 2} + C$ .      B.  $\frac{e^x}{(1 - \ln 2)2^x} + C$ .      C.  $\frac{e^x}{x \cdot 2^x} + C$ .      D.  $\frac{e^x \ln 2}{2^x} + C$ .

**Câu 41.** Tìm hàm số  $f(x)$  biết rằng  $f'(x) = 4\sqrt{x} - x$  và  $f(4) = 0$

- A.  $\frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$ .      B.  $\frac{8\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$ .      C.  $\frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{40}{3}$ .      D.  $-\frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{40}{3}$ .

**Câu 42.** Tìm hàm số  $y = f(x)$  biết  $f'(x) = (x^2 - x)(x + 1)$  và  $f(0) = 3$

- A.  $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + 3$ .      B.  $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 3$ .

- C.  $y = f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 3$ .      D.  $y = f(x) = 3x^2 - 1$ .

**Câu 43.** Cho  $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$  có một nguyên hàm  $F(x)$  thỏa  $F(1) = 0$ . Nguyên hàm đó là kết quả nào sau đây?

- A.  $F(x) = x^3 + x^2 - 3x$ .      B.  $F(x) = x^3 + x^2 - 3x + 1$ .  
C.  $F(x) = x^3 + x^2 - 3x + 2$ .      D.  $F(x) = x^3 + x^2 - 3x - 1$ .

**Câu 44.** Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn điều kiện  $F(-1) = 3$  là

- A.  $x^4 - x^3 + 2x + 3$ .      B.  $x^4 - x^3 + 2x - 4$ .      C.  $x^4 - x^3 + 2x + 4$ .      D.  $x^4 - x^3 + 2x - 3$ .

**Câu 45.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 3x$  là

- A.  $\frac{1}{3} \sin 3x + C$ .      B.  $-\frac{1}{3} \sin 3x + C$ .      C.  $-\sin 3x + C$ .      D.  $-3 \sin 3x + C$ .

**Câu 46.** Tính  $\int \sin(3x - 1) dx$ , kết quả là

- A.  $-\frac{1}{3} \cos(3x - 1) + C$ .      B.  $\frac{1}{3} \cos(3x - 1) + C$ .      C.  $-\cos(3x - 1) + C$ .      D. Kết quả khác.

**Câu 47.** Tìm  $\int (\cos 6x - \cos 4x) dx$ .

- A.  $-\frac{1}{6} \sin 6x + \frac{1}{4} \sin 4x + C$ .      B.  $6 \sin 6x - 5 \sin 4x + C$ .

- C.  $\frac{1}{6} \sin 6x - \frac{1}{4} \sin 4x + C$ .      D.  $-6 \sin 6x + \sin 4x + C$ .

**Câu 48.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của  $f(x) = \sin 2x$ ?

- A.  $2 \cos 2x$ .      B.  $-2 \cos 2x$ .      C.  $\frac{1}{2} \cos 2x$ .      D.  $-\frac{1}{2} \cos 2x$ .

**Câu 49.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của  $f(x) = \cos 5x$ ?

- A.  $\cos 5x + C$ .      B.  $\sin 5x + C$ .      C.  $\frac{1}{6}\sin 6x + C$ .      D.  $\frac{1}{5}\sin 5x + C$ .

**Câu 50.** Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin 2x$ ?

- A.  $\sin^2 x$ .      B.  $2 \cos 2x$ .      C.  $-2 \cos 2x$ .      D.  $2 \sin x$ .